

DEFORMATIONS DE STRUCTURES VIBROACOUSTIQUES SIMULATION PAR RESEAUX MASSE-INTERACTION APPLICATION A LA SYNTHESE DE SONS EVOLUTIFS

François Poyer

Laboratoire ICA, INPG
Francois.Poyer@imag.fr

Claude Cadoz

ACROE & Laboratoire ICA, INPG
Claude.Cadoz@imag.fr

RÉSUMÉ

Cet article traite de la modélisation de structures vibrantes, et de leur exploitation musicale, à l'aide de l'environnement de synthèse sonore et de création musicale GENESIS. Basé sur le formalisme CORDIS-ANIMA, l'environnement GENESIS permet de modéliser la matière vibrante de manière discrète, sous forme de réseaux topologiques masse-interaction. Dans cette étude, nous nous sommes intéressés à des réseaux CORDIS-ANIMA ayant de fortes analogies avec des structures réelles - barres, cordes, plaques, membranes - et à la manière de passer continûment d'une structure à une autre en faisant varier certains paramètres du modèle. Une famille de structures aux propriétés modales bien caractérisées a ainsi pu être construite et utilisée dans un contexte musical, notamment en régime d'oscillations auto-entretenues où l'inharmonicité est génératrice d'une grande variété de comportements dynamiques différents. Enfin, la possibilité de passer au cours de la simulation d'une structure à une autre en faisant varier certains paramètres permet de simuler une structure vibrante subissant des déformations au cours du temps, permettant de synthétiser des évolutions sonores caractéristiques du processus physique appliqué.

1. INTRODUCTION

La synthèse sonore par modélisation physique, qui existe depuis maintenant plus de 30 ans, s'est peu à peu imposée comme un moyen très efficace de production de sons naturels à l'écoute. Parmi les différents types de synthèse sonore par modélisation physique, la méthode dite « particulière », développée à l'ACROE et au laboratoire ICA et reposant sur le formalisme masse-interaction CORDIS-ANIMA [1], s'est révélée un procédé au fort potentiel créatif de par la modularité du formalisme utilisé et le grand nombre de paramètres manipulables au sein d'un réseau CORDIS-ANIMA. Travailler au sein de l'environnement GENESIS [2], le logiciel développé par l'ACROE permettant d'utiliser cette approche « particulière », est en outre assez intuitif puisque l'on manipule des inerties, raideurs, frottements..., notions parlantes, même à un non physicien. A l'aide du formalisme CORDIS-ANIMA,

on a donc accès à une infinité de réseaux masse-interaction, tous différents par leurs comportements et les sons qu'ils vont produire. Néanmoins, comme pour tout procédé de synthèse proposant un vaste espace de champs sonores possibles, il peut être difficile pour le néophyte de savoir quel est l'effet produit sur le son lorsqu'il change tel ou tel paramètre de son modèle. Il est donc nécessaire de trouver des modèles de référence correspondant à des familles de sons pertinentes pour l'oreille, permettant de structurer la modélisation, ou du moins de constituer des repères par rapport auxquels il sera plus facile d'analyser un modèle quelconque.

L'étude présentée ici s'inscrit dans cette optique et vise au développement de modèles physiques de structures vibrantes ayant de fortes analogies avec des structures réelles. Le moyen de passer continûment - en faisant varier certains paramètres continûment - d'une structure à l'autre est envisagé et l'influence sur les propriétés modales de la structure est analysée. De plus ce processus permettant de passer d'une structure à une autre est d'autant plus pertinent pour les sons résultants qu'il a de fortes analogies avec des processus physiques réels. On peut alors imaginer de l'appliquer de manière dynamique, au cours de la simulation et de l'extrapoler à d'autres réseaux CORDIS-ANIMA.

2. LA MODELISATION PHYSIQUE AVEC LE FORMALISME CORDIS-ANIMA

2.1. Le formalisme CORDIS-ANIMA

Le formalisme CORDIS-ANIMA sur lequel repose la synthèse sonore par modèle physique « particulière » permet de construire des objets sous forme de réseaux de modules élémentaires reliés les uns aux autres. On en distingue deux grandes catégories : les modules <MAT> qui correspondent à des points matériels ayant par exemple une inertie (module MAS), et des modules <LIA> représentant l'interaction s'établissant entre deux modules <MAT>. Ces interactions seront par exemple des élasticités (module RES), viscosités (module FRO) ou des interactions non-linéaires (modules BUT et LNL). Ainsi, à l'aide de ce formalisme, il est possible de construire une infinité de réseaux masse-interaction

différents qui correspondent en quelque sorte à une vision discrète, spatialement et temporellement, des lois de la physique. Le principal avantage de ce langage est sa cohérence puisque par exemple, la manière d'indiquer une interaction entre deux modèles construits avec CORDIS-ANIMA va être la même que celle utilisée pour construire ces deux modèles. Dans les deux cas, on utilisera des modules <LIA>. Ainsi, il est possible de produire très simplement des modèles de plus en plus complexes en faisant interagir entre eux des modèles plus élémentaires.

2.2. Comment aborder la modélisation avec le formalisme CORDIS-ANIMA ?

2.2.1. Que nous disent nos oreilles ?

Comme pour toute technique de synthèse, le moyen d'obtenir avec CORDIS-ANIMA un type particulier de phénomène sonore, entendu ou imaginé, n'est pas forcément facile à trouver. Se pose d'abord la question de savoir selon quels critères d'analyse on caractérise ce son et ensuite comment relier cette analyse au formalisme utilisé pour la synthèse. Un type d'analyse largement répandu est celui faisant appel au spectrogramme. Il peut sembler légitime puisqu'il a été montré que la membrane basilaire, située dans notre oreille interne, était une sorte d'analyseur qui faisait correspondre à une fréquence reçue, un groupe précis de neurones à travers lesquels l'information se propage jusqu'à notre cerveau. Mais cet organe n'est qu'un maillon de la chaîne constituant notre système auditif, qui est bien plus qu'un analyseur de spectre. Ainsi, comme l'a dit Jean-Claude Risset [14] en citant la théorie écologique de Gibson, lorsque l'on perçoit un son, les informations captées par notre oreille vont être intégrées beaucoup plus dans un but de reconnaissance d'un objet et d'un processus physique générateur de ce son que pour connaître toutes les fréquences contenues dans son spectre. C'est pour cela que des techniques de synthèse s'attachant à simuler le comportement de la source d'un son vont permettre d'obtenir aisément des sons jugés naturels à l'écoute car notre oreille reconnaît dans la conséquence - le son - la cause qui l'a produite - le processus physique générateur. Ainsi une description d'un son en termes de corps vibrant, de geste générateur d'énergie, de processus physique d'excitation... sera adaptée à ces techniques.

2.2.2. Un pont entre la structure vibrante et le son : l'analyse modale

Néanmoins, ce que notre perception reconnaît comme une hauteur ou un timbre reste dans une large mesure lié aux fréquences des vibrations constituant, au cours du temps, le son entendu. Il n'est donc pas question de nier l'utilité certaine de la vision « spectrale » des sons en musique. Mais comment tenir compte de celle-ci avec une approche de synthèse par modèles physiques ? Un outil qui va se révéler fort utile est l'analyse/synthèse

modale qui permet de réaliser un pont entre la vision « spectrale » des sons et la structure matérielle à l'origine de ce son puisqu'une structure vibrante va avoir des modes de vibration privilégiés à des fréquences données. Il est ainsi possible de réaliser l'analyse modale d'une structure vibrante, qui peut ensuite être reliée, dans certains cas simples d'excitation, aux composantes fréquentielles du son obtenu. A l'inverse, le spectrogramme d'un son peut nous renseigner sur les caractéristiques modales de la structure vibrante qui l'a engendré et sur comment elle l'a engendré, même si remonter, à partir d'un enregistrement sonore, à la structure vibrante et à l'excitation reste une chose extrêmement difficile voire impossible.

2.2.3. Différentes approches pour la modélisation avec le logiciel GENESIS

La figure 1 schématise différentes approches et techniques possibles lorsque l'on veut obtenir un son d'un type donné avec le langage CORDIS-ANIMA. Il est évident que celle-ci est loin d'être exhaustive et que d'autres approches existent.

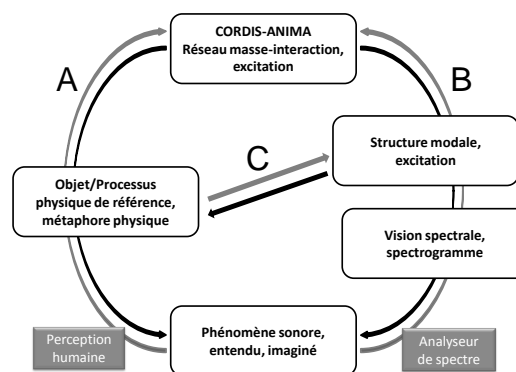


Figure 1. Différents moyens de passer du phénomène sonore au modèle CORDIS-ANIMA et vice-versa.

Le chemin B (aller et retour) correspond à ce qui a été décrit ci-dessus, c'est-à-dire le lien entre le phénomène sonore et le modèle CORDIS-ANIMA via la structure modale. Des recherches ont été menées sur ce sujet au laboratoire ICA, notamment comment associer à toute structure modale donnée un réseau CORDIS-ANIMA [17]. Le chemin A correspond à une méthode de modélisation reposant sur l'analyse auditive du son en terme d'objets (peau, corde, barre en métal...) et de processus physiques (percutée, frottée, grattée, pincée...), voire de métaphores physiques. Rappelons que ce ne sont pas les uniques chemins que l'on peut emprunter lorsque l'on pratique la modélisation physique avec le langage CORDIS-ANIMA. Par exemple, des chemins hybrides peuvent exister (mélanges entre A et B, passage par le chemin C) et l'on peut très bien envisager un phénomène sonore directement sous forme d'une structure CORDIS-

ANIMA (sans passer par des considérations fréquentielles ou physiques), basée sur notre expérience de modélisation avec ce langage. De manière générale, les chemins décrits à la figure 1 relèvent d'une approche analytique alors que, comme Olivier Tache le précise dans sa thèse [16] on peut envisager une approche structurelle de la modélisation.

Dans cet article, nous employons un chemin hybride puisque nous partons de la modélisation de structures physiques réelles (flèches grise du chemin A) (cordes, barres, membranes, plaques,...) et analysons les rapports qu'elles entretiennent au niveau de leurs caractéristiques modales. A partir de là il est possible, en faisant varier certains paramètres du modèle, de passer continûment d'une structure à l'autre. On obtient alors une famille de structures dont les propriétés modales sont caractérisées. De plus, comme dit précédemment, la manière de modifier les paramètres du modèle est analogue à un processus physique réel, ce qui assure un certain réalisme des structures intermédiaires et donc une certaine plausibilité des sons obtenus lorsque l'on applique notre processus de transformation.

3. « EPAISSIR » UN RESEAU CORDIS-ANIMA

3.1. Modèles de cordes et de barres

3.1.1. Le chapelet de masses

L'un des modèles les plus utilisés par les pratiquants du logiciel GENESIS est celui du chapelet de masses reliées par des viscoélasticités et attaché ou non à ses extrémités. Ce modèle permet de représenter une corde, que l'on va ensuite pouvoir percuter, pincer, frotter... L'influence sur les modes de la discrétisation spatiale de notre corde implique qu'elle n'est pas harmonique, les fréquences des modes étant données par¹ :

$$f_n = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} \left| \sin\left(\frac{n\pi}{2(N+1)}\right) \right|, \quad (1)$$

pour un chapelet attaché aux deux bouts contenant N masses de valeur d'inertie M reliées par des ressorts d'élasticité K . n est l'indice du mode. On vérifie que pour $n \ll N$, l'approximation $\sin(x) \approx x$ redonne des fréquences multiples du fondamental f_1 . Il sera donc nécessaire d'utiliser un nombre de masses suffisant si l'on veut obtenir une structure dont les premiers modes sont approximativement en distribution harmonique. Par exemple, le tableau ci-dessous donne les fréquences des

cinq premiers modes d'une corde de 31 masses, rapportées à la fréquence fondamentale.

mode	1	2	3	4	5
f_n/f_1	1,000	1,998	2,990	3,976	4,952

Tableau 1. Fréquences des cinq premiers modes d'une corde de 31 masses.

3.1.2. Modèle de barre en flexion

Lors de sa modélisation, on néglige les efforts internes résultant de la flexion de la corde au cours de son mouvement car ils sont d'un ordre de grandeur beaucoup plus faible que les efforts dus à la tension de la corde. Imaginons maintenant que nous accroissions le diamètre de sa section. Les efforts de flexion ne sont plus négligeables et doivent être pris en compte. Supposons même qu'ils sont beaucoup plus importants que les efforts de tension : nous nous trouvons dans le cas théorique de la barre en flexion.

Au contraire de la corde, les modèles de barre réalisés avec CORDIS-ANIMA sont extrêmement peu nombreux. En réalité, une seule étude a été précédemment réalisée sur ce thème par Pirouz Djoharian et Jean-Loup Florens qui utilisait deux couches de chapelets masse-ressort en interaction [4]. Une autre approche a été utilisée dans cette étude, en essayant de traduire sous forme de réseau CORDIS-ANIMA un modèle souvent employé pour expliquer le comportement d'une barre en flexion, décrit par exemple dans [7] et schématisé sur la figure 2(b) ci-dessous.

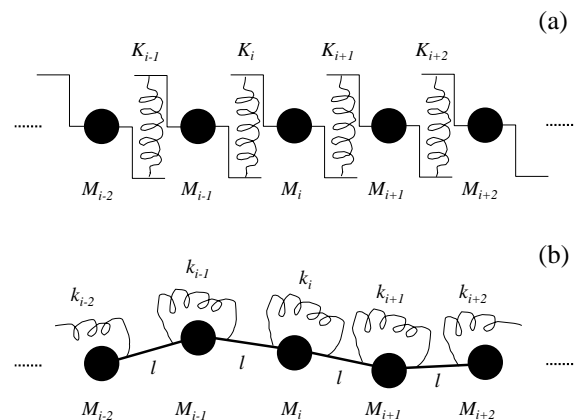


Figure 2. (a) Chapelet masse-ressort tel que celui utilisé dans GENESIS pour modéliser une corde. (b) Modélisation discrète d'une barre vibrante en flexion.

En (a), nous avons rappelé le formalisme suivant lequel s'effectue la modélisation dans GENESIS sur l'exemple du chapelet masse-ressort. Les masses M_i , dont le mouvement s'effectue verticalement, sont reliées par des ressorts en élongation d'élasticité K_i . Dans ce cas, le

¹ Il est à noter que l'on a considéré ici uniquement la discrétisation spatiale pour le calcul des fréquences. La discrétisation temporelle intrinsèque à la simulation améliore l'harmonicité, d'autant plus que l'élasticité est grande. On peut même obtenir une structure parfaitement harmonique (cf. [10] p.113), mais l'on est alors confronté à des problèmes de divergence de l'algorithme de simulation.

déplacement u_i de la masse M_i dépend de celui des masses M_{i-1} et M_{i+1} via l'équation :

$$M_i \ddot{u}_i = -K_{i+1}(u_i - u_{i+1}) - K_i(u_i - u_{i-1}) \quad (2)$$

Pour le modèle discret d'une barre vibrant en flexion, en (b), les masses M_i sont reliées par des tiges rigides de longueur l . Chaque tige est en interaction avec ses voisines via des ressorts en rotation, d'élasticité k_i . Supposons maintenant que la masse M_i effectue un déplacement vertical u_i toutes les autres masses restant immobiles. Ce déplacement implique un changement de l'angle que font, avec l'horizontale, les deux tiges reliées à la masse, ce qui implique une extension ou une compression des ressorts en $i-1$, i et $i+1$. De plus, l'expression de la force provenant du ressort en i met en jeu les déplacements en $i-1$, i et $i+1$. En conséquence, le déplacement u_i de la masse M_i va dépendre de celui des masses M_{i-2} , M_{i-1} , M_{i+1} et M_{i+2} selon (avec $l=1$) :

$$M_i \ddot{u}_i = 2k_i(u_{i+1} + u_{i-1} - 2u_i) - k_{i+1}(u_{i+2} + u_i - 2u_{i+1}) - k_{i-1}(u_i + u_{i-2} - 2u_{i-1}) \quad (3)$$

L'idée est donc de trouver un réseau CORDIS-ANIMA qui possède la même équation du mouvement pour la masse M_i . Puisqu'il faut que les déplacements u_{i-2} et u_{i+2} interviennent, on peut envisager un réseau tel que celui représenté sur la figure 3 ci-dessous, où la masse M_i est reliée par des ressorts aux masses M_{i-2} , M_{i-1} , M_{i+1} et M_{i+2} .

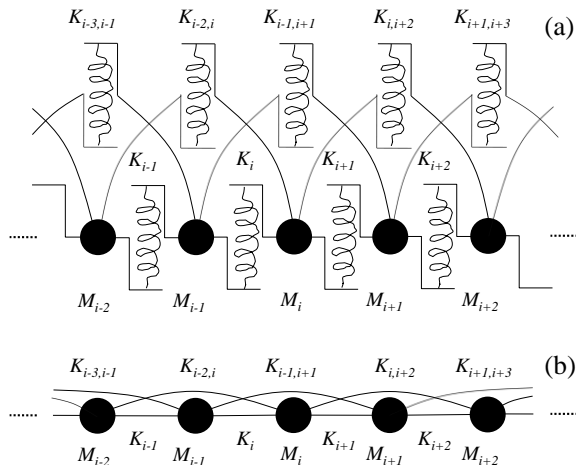


Figure 3. (a) Réseau CORDIS-ANIMA pour la modélisation d'une barre. (b) Représentation simplifiée du réseau.

L'équation pour la masse M_i est alors :

$$M_i \ddot{u}_i = -K_i(u_i - u_{i-1}) - K_{i+1}(u_i - u_{i+1}) - K_{i-2,i}(u_i - u_{i-2}) - K_{i,i+2}(u_i - u_{i+2}) \quad (4)$$

L'identification entre les paramètres d'élasticité du modèle de la figure 2(b) et ceux de la figure 3 nous donne :

$$K_{i-2,i} = -k_{i-1} \quad K_{i,i+2} = -k_{i+1} \quad (5)$$

$$K_i = 2(k_{i-1} + k_i) \quad K_{i+1} = 2(k_i + k_{i+1})$$

ce qui permet de modéliser une barre de section variable. Dans le cas d'une barre homogène à section fixe ($k_i=K$), on obtient $K_i=K_{i+1}=4K$ et $K_{i-2,i}=K_{i,i+2}=-K$. Il est à noter que ces résultats sont compatibles avec la discrétisation de l'équation aux dérivées partielles de la barre homogène (vision continue), qui relie la dérivée seconde en temps du déplacement à sa dérivée quatrième en espace. En effet, la discrétisation de la dérivée seconde en espace d'une fonction f donne à une constante près :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Rightarrow f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}, \quad (6)$$

d'où pour une dérivée quatrième du déplacement :

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \Rightarrow (u_{i+2} - 2u_{i+1} + u_i) - 2(u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}) + (u_i - 2u_{i-1} + u_{i-2}) = 4(u_i - u_{i+1}) + 4(u_i - u_{i-1}) - (u_i - u_{i+2}) - (u_i - u_{i-1}) \quad (7)$$

On voit apparaître dans la dernière expression des termes d'élasticité positive et négative en rapport 4, comme obtenu ci-dessus.

Il reste enfin à modéliser les conditions en bout de barre. Dans [6] sont abordées trois type de conditions aux limites : extrémité libre, extrémité en appui, extrémité encadrée. La figure suivante récapitule la modélisation de ces trois conditions dans le cas de la barre homogène.

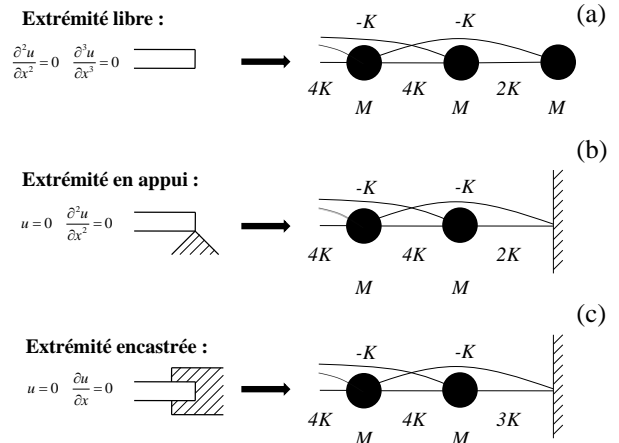


Figure 4. Modélisation sous forme de réseaux CORDIS-ANIMA de trois conditions aux limites classiques de la barre en flexion (représentation simplifiée): (a) Extrémité libre. (b) Extrémité en appui. (c) Extrémité encadrée.

Il est ainsi possible de modéliser une barre et les conditions à chacune de ses extrémités, conditions qui vont avoir un impact sur les modes de vibration de cette dernière. Cette modélisation est en outre compatible avec la vision continue. En effet par exemple d'après [6] les

modes de la barre continue en appui à ses deux extrémités ne suivent pas une loi harmonique mais parabolique, ce que l'on retrouve bien avec notre modèle (cf. tableau 2 ci-dessous pour un modèle de barre contenant 124 masses).

mode	1	2	3	4	5
f_n/f_1	1,000	3,999	8,996	15,98	24,97

Tableau 2. Fréquences des cinq premiers modes d'un modèle CORDIS-ANIMA de barre en appui sur ses extrémités contenant 124 masses. On observe une loi parabolique.

3.1.3. De la corde à la barre

On ne va considérer, pour simplifier, que des structures homogènes dans ce paragraphe. Après avoir vu comment modéliser une corde et une barre en flexion avec le formalisme CORDIS-ANIMA, il peut être intéressant, vue leur proximité topologique, de construire des modèles hybrides à mi-chemin entre ces deux modèles de référence. En effet, qu'est-ce qui différencie une corde d'une barre ? C'est l'origine de l'énergie potentielle associée aux vibrations de la structure. Pour la première, nous avons affaire à une structure tendue dont on a négligé l'élasticité alors que pour la deuxième, aucune tension n'est considérée et les vibrations sont uniquement dues à l'élasticité de la structure. Un modèle hybride apparaîtra donc comme une structure plus ou moins tendue, possédant une certaine élasticité. Les modèles de corde et de barre sont en fait des cas limites de cette structure. La figure 5 récapitule la manière de construire une telle structure hybride avec le formalisme CORDIS-ANIMA. Il est à noter que les élasticités négatives auront leur module compris entre 0 et le quart de l'élasticité positive K .

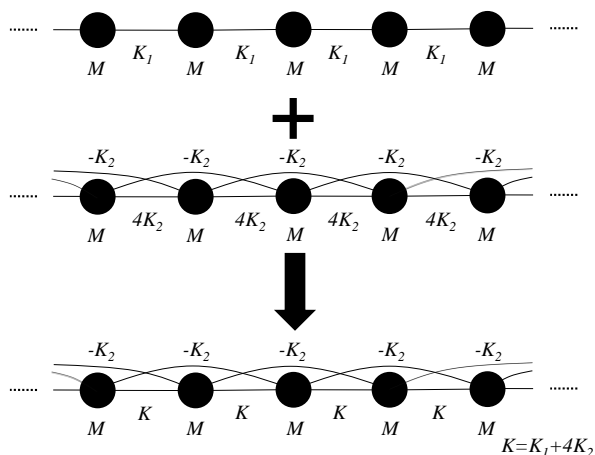


Figure 5. Construction d'un modèle de structure linéique tendue et élastique, hybride entre corde et barre.

On a donc obtenu toute une famille de structures, allant du modèle idéal de corde à celui de la barre, dont les propriétés modales seront analysées au 4.

3.2. Généralisation du procédé à d'autres réseaux CORDIS-ANIMA

Le procédé employé pour passer d'un modèle de corde à celui d'une barre en ajoutant des élasticités négatives au chapelet masse-ressort (qualifié d'« épaissement » de la structure), aboutit à un étalement fréquentiel des modes du chapelet, tout en gardant une structure homogène et des déformées modales voisines de celles du modèle de corde. Il est envisageable de généraliser ce procédé à toute structure construite avec le formalisme CORDIS-ANIMA.

3.2.1. De la membrane à la plaque

Un autre modèle couramment utilisé est celui représentant une membrane rectangulaire tendue uniformément, constitué d'un réseau carré de masses en interaction via des viscoélasticités (cf. figure 6). Voyons comment le procédé d'« épaissement » va s'appliquer à ce modèle.

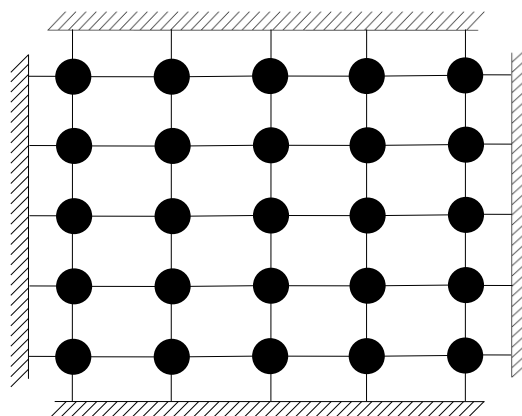


Figure 6. Réseau CORDIS-ANIMA correspondant à une membrane tendue uniformément (représentation simplifiée).

Il est tentant d'appliquer directement ce que nous avons fait pour la barre selon les horizontales et les verticales du réseau. Mais il faut noter que l'on doit normalement obtenir de la sorte un modèle de plaque rectangulaire. En outre nous avons remarqué à la section précédente que le modèle de barre pouvait se retrouver directement par une discrétisation de l'équation aux dérivées partielles (équation (7)) de la barre continue. Pour une plaque, le terme spatial de l'équation aux dérivées partielles donne pour une plaque rectangulaire homogène et isotrope [3] :

$$K \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} \right) \quad (8)$$

Il faut ainsi prendre en compte en plus un terme de dérivées croisées. La figure 7 présente le moyen d'obtenir, avec des réseaux CORDIS-ANIMA, les différents termes de (8) ce qui permet finalement de construire une plaque rectangulaire. Il est à noter qu'il est aussi possible avec cette approche d'envisager des modèles non homogènes et non isotropes.

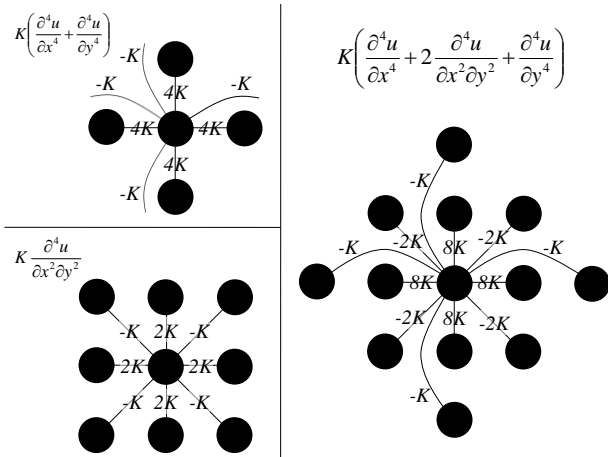


Figure 7. Traduction sous forme de réseau CORDIS-ANIMA des différents termes de (8). Pour plus de clarté, on n'a représenté que les liaisons partant de la masse centrale.

On retrouve alors bien avec notre modèle les modes obtenus avec la vision continue (cf. figure 8).

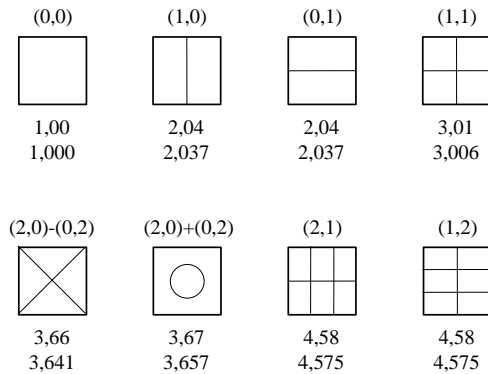


Figure 8. Huit premiers modes d'une plaque carrée homogène et isotrope, encadrée à sa périphérie, d'après [6]. Les nœuds des déformées modales ont été marqués en traits fins. Sous chaque mode sont indiquées la fréquence du mode en vision continue puis la fréquence du mode du modèle de plaque réalisé avec un réseau CORDIS-ANIMA de 31 masses par 31 masses (fréquences rapportées à celle du mode fondamental).

De même qu'en 3.1.3, on peut imaginer toute une palette de structures se situant entre le modèle de membrane et celui de plaque, correspondant à une plaque plus ou moins tendue ou à une membrane plus ou moins élastique.

3.2.2. « Épaississement » d'autres structures vibrantes CORDIS-ANIMA

Nous avons donc vu comment passer d'une structure tendue à une structure élastique pour des réseaux linéiques (1D) et surfaciques (2D). La grande majorité des structures construites dans GENESIS dérivent de celles-ci. Par exemple, « épaissir » un réseau contenant des interactions non-linéaires à la place d'interactions élastiques ne pose pas de problèmes particuliers. On peut ensuite envisager des réseaux de dimensions supérieures (3D, 4D...) en généralisant (8) au nombre de dimensions voulu. La propriété d'étalement des fréquences des modes reste, bien qu'il soit plus difficile d'appréhender ces réseaux avec une vision basée sur la physique.

4. ET LA MUSIQUE DANS TOUT ÇA ?

Nous allons maintenant voir comment tirer profit, dans un contexte musical, des caractéristiques des objets dont nous venons de parler.

4.1. Evolution des modes d'une structure

Considérons tout d'abord un modèle CORDIS-ANIMA de structure tendue/élastique - telle que celle représentée à la figure 5 - dont les ressorts négatifs ont une élasticité dont on peut changer la valeur (entre 0 et le quart des élasticités positives). Une telle structure est représentée à la figure 9 ainsi que l'évolution des fréquences de ses modes de vibration.

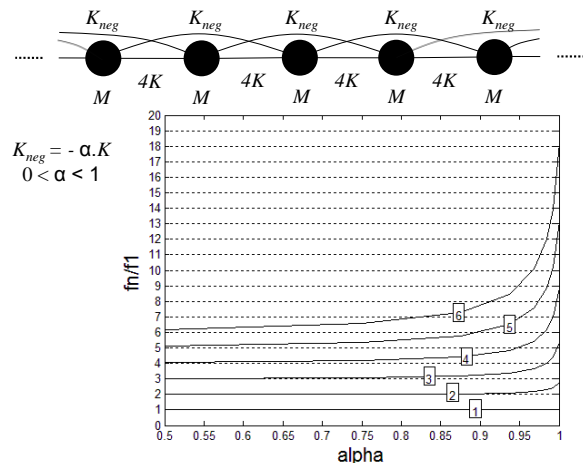


Figure 9. Modèle de structure tendue/élastique. Evolution des fréquences des modes de vibration de la structure en fonction du paramètre α . Pour $\alpha=1$ la structure se comporte comme une barre encadrée à ses deux extrémités.

Nous pouvons voir que lorsque le paramètre α décroît, on tend assez rapidement vers une structure harmonique. Pratiquement, on peut considérer que pour α inférieur à 0,5 les premiers modes sont en distribution harmonique. Il est à remarquer que pour une évolution progressive du paramètre α de la valeur 1 à 0, la structure peut être vue comme un objet qui perd progressivement ses propriétés élastiques au profit d'efforts de tension, un peu comme si l'on avait une barre qui sous l'effet d'une traction subissait une diminution forte de sa section tendant ainsi vers une corde. Un modèle CORDIS-ANIMA utilisant des ressorts négatifs non-linéaires a été développé, qui permet de faire varier le paramètre α au cours du temps et donc de passer progressivement d'une barre à une corde au cours de la simulation. La figure 10 présente le spectrogramme du son calculé lorsque l'on simule cette structure, pincée par un plectre.

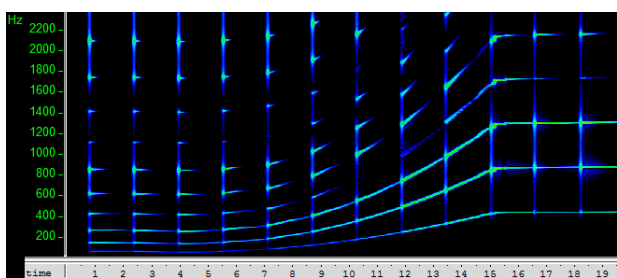


Figure 10. Spectrogramme du son calculé d'un modèle de structure tendue/élastique, pincée à intervalles réguliers, et passant progressivement de l'état « barre » à l'état « corde ».

Les barres verticales du spectrogramme correspondent à l'impulsion donnée à chaque passage du plectre. On observe que le spectre des premiers sons est clairement inharmonique, puis progressivement le fondamental croît en fréquence car en moyenne, la valeur des élasticités des ressorts du modèle croît (puisque les élasticités négatives décroissent). On remarque enfin que les derniers sons ont un spectre harmonique. A l'oreille, on entend des sons de type corde pincée. Il est à noter que l'évolution du modèle au cours de cet exemple ne représente pas un processus physique que l'on pourrait rencontrer dans la réalité puisque cela correspondrait à une barre qui voit son rayon diminuer jusqu'à former une corde. Néanmoins, à l'écoute, l'évolution du son reste caractéristique du processus opéré : on a l'impression d'une structure relativement massive au début pour terminer sur une structure extrêmement « frêle ».

Un autre modèle, subissant des variations continues de paramètres, cette fois-ci analogues à un processus physiquement réalisable, est celui de la corde élastique tendue progressivement. Le modèle est celui de la structure hybride de la figure 5 et dont le paramètre K_1 va évoluer dans une gamme allant de 0 à une valeur très supérieure à K_2 . La figure 11 présente le modèle et le spectrogramme obtenu, toujours dans le cas où la structure est pincée.

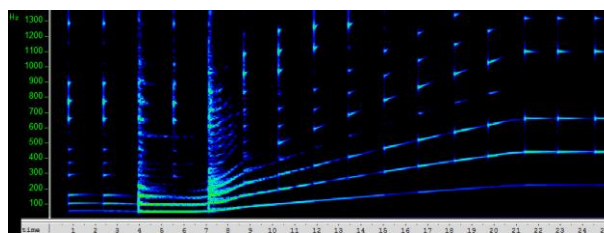
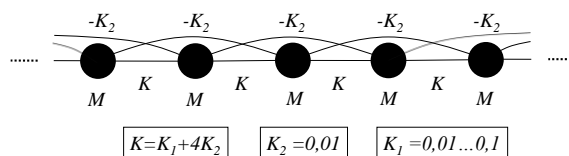


Figure 11. Spectrogramme du son calculé d'un modèle de corde élastique, pincée à intervalles réguliers, et tendue progressivement.

De même que précédemment, on passe de sons inharmoniques à des sons harmoniques. Néanmoins cette fois-ci, le paramètre qui varie est celui correspondant à la tension de la corde. A l'écoute, on a l'impression d'une corde pincée qui est progressivement tendue jusqu'à obtenir environ un La3. Les élasticités négatives jouent un rôle relativement important particulièrement dans les sons graves permettant de simuler de manière plausible des structures qui sont peu tendues.

Finalement, l'écoute des sons obtenus à l'aide de ces modèles permet de reconnaître d'une part les caractéristiques, et d'autre part l'évolution des caractéristiques des structures utilisées.

Nous allons maintenant voir dans la partie suivante comment la structure modale influe sur l'établissement de régimes auto-oscillants pour les modèles vus précédemment.

4.2. Applications pour des régimes auto-oscillants

Nous nous intéressons dans ce paragraphe à l'étude des structures précédentes en régime d'oscillations auto-entretenues, c'est-à-dire des oscillations analogues à celles observées pour les cordes frottées ou dans les instruments à anche. Il n'est bien évidemment pas question de refaire la théorie de tels régimes d'oscillations (cf. par exemple [3] et [8]) mais de rappeler les grandes caractéristiques de ceux-ci afin de voir comment les mettre à profit pour les structures précédentes, dans un contexte musical.

De manière générale, l'établissement d'auto-oscillations, nécessite une source d'énergie continue reliée à une structure vibrante via une interaction non-linéaire. Par exemple, pour une corde frottée, la source d'énergie sera le mouvement de translation que l'instrumentiste imprime à l'archet, la structure vibrante sera la corde de l'instrument et l'interaction non-linéaire est celle qui a lieu entre les crins de l'archet et la corde. Ce type d'interaction a largement été étudié [11] [12] et peut être modélisée notamment par une force dépendant

de la différence de vitesse archet-corde. Via le module LNL (liaison non-linéaire) de CORDIS-ANIMA, il est possible de reproduire une telle interaction et donc de simuler avec GENESIS un archet frottant une structure vibrante. Il est à noter que nous avons pris l'exemple de la corde frottée mais que les considérations précédente sont très générales et s'appliquent aussi bien aux instruments à anche via des analogies « force exercée par l'archet/vitesse de l'air entrant » et « différence de vitesse archet-corde/différence de pression amont-aval de l'anche ».

Selon les caractéristiques modales de la structure vibrante, il va être plus ou moins facile d'obtenir un son stable et riche lorsqu'elle est le siège d'oscillations auto-entretenues. En effet, une des caractéristiques du régime auto-oscillant est que les composantes spectrales du son produit sont en distribution harmonique. Ceci vient de la condition appliquée au niveau de l'archet, c'est-à-dire une vitesse constante ou tout du moins des variations de vitesse très faibles par rapport à celles de la structure vibrante. De ce fait les modes propres de la structure doivent « s'organiser » afin de répondre à cette condition au niveau du point de contact avec l'archet, c'est-à-dire que même pour une structure modale inharmonique, certains modes modifieront plus ou moins leur fréquence d'oscillation afin d'obtenir un mouvement de vibration comportant uniquement des composantes harmoniques. Bien évidemment, plus la structure sera inharmonique et plus il sera difficile de trouver une série de modes à peu près compatibles et les sons obtenus peuvent alors ne posséder qu'une ou deux composantes fréquentielles, ou le régime peut être plus ou moins chaotique, le système n'arrivant pas à se stabiliser sur un régime particulier d'oscillations. C'est ce qu'ont d'ailleurs montré certaines études expérimentales et simulations numériques sur les barres frottées : par exemple celles de Essl et Cook [5] ou celles de Inacio, Henrique et Antunes [9]. Il n'est pas question ici de s'attaquer au problème théorique de l'établissement de tel ou tel régime en fonction de l'interaction non-linéaire et de la structure modale, (problème faisant intervenir la théorie des systèmes dynamiques et faisant encore actuellement l'objet de recherches, voir par exemple [8]) mais, plus pragmatiquement, d'observer les différents régimes d'oscillations produits sur nos structures lorsqu'on les « frotte » et que l'on fait varier leurs caractéristiques modales, afin d'envisager leur intérêt musical.

A la figure 12, nous pouvons voir le spectrogramme du son obtenu lors de la simulation d'un modèle de structure tendue/élastique (cf. figure 9) frottée dont on fait varier le paramètre α . Au début du son, ses caractéristiques modales correspondent à celles d'une barre encastrée à ses deux extrémités et progressivement elles tendent vers celles d'une corde attachée aux deux bouts.

Plus précisément, les fréquences des modes de cette structure sont données dans le tableau 3 pour trois valeurs différentes de α .

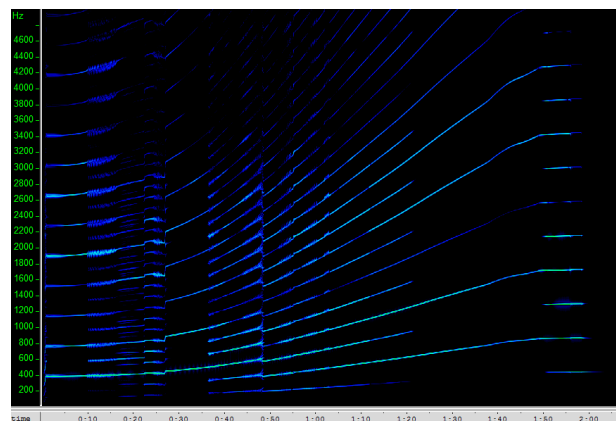


Figure 12. Spectrogramme du son calculé d'un modèle de structure tendue/élastique frottée régulièrement et dont on fait varier le paramètre α .

mode	Fréquences (Hz)		
	$\alpha = 1$	$\alpha = 15/16$	$\alpha = 0$
1	45	122	435
2	125	255	870
3	245	409	1304
4	403	588	1736
5	599	796	2165
6	830	1033	2591

Tableau 3. Fréquences des six premiers modes du modèle de structure tendue/élastique pour trois valeurs de α .

Si l'on suit l'évolution du son au cours du temps sur le spectrogramme de la figure 12, nous pouvons voir qu'au début du son, c'est-à-dire pour $\alpha = 1$, le système se stabilise sur un régime harmonique d'oscillations ayant un fondamental à environ 400Hz, ce qui correspond à l'excitation des modes 4 et 6 de la structure. Ceci est dû en grande partie au fait que la structure est fortement inharmonique et qu'il est plus difficile de construire une série à peu près harmonique avec les modes inférieurs. Puis, dans la zone temporelle située entre 10 et 30 secondes, le signal est très bruité et l'on peut remarquer que le système oscille entre un régime où la composante autour de 400Hz correspond à une harmonique deux et un autre où elle serait l'harmonique trois. En effet, dans cette zone, la structure a un mode 2 entre 150 et 200 Hz et un mode 3 vers 300Hz. On peut donc envisager soit la série [150, 300, 450,...] soit [200, 400,...] d'où l'instabilité. Lorsque $\alpha = 15/16$, c'est-à-dire dans cet exemple vers 30 secondes, on peut déjà envisager d'obtenir une distribution harmonique à partir des modes 1, 2 et 3 de la structure. C'est ce que l'on observe à partir de la seconde 35, où une oscillation de Helmholtz se met en place mais est perturbée par l'évolution des modes de la structure. A l'écoute, on entend une sorte de vibrato puis réarrangement des fréquences des modes pour donner lieu à un nouveau régime de Helmholtz (entre les

secondes 45 et 50). Il est de plus à noter que de manière générale, le mode sur lequel va se fixer l'oscillation est peu prévisible. Ainsi, entre la seconde 30 et la fin du son, on obtiendra différents régimes d'oscillations ayant pour fondamental le mode trois, deux ou un. Ce fait dépend bien évidemment des caractéristiques d'excitation de la structure (fonction non-linéaire employée, point d'excitation sur la structure, vitesse de l'excitateur) mais ne dépend pas par contre de la vitesse du processus par lequel α évolue.

Le modèle de la corde élastique progressivement tendue, présenté à la figure 11 peut aussi être utilisé en régime auto-oscillant. Le spectrogramme du son obtenu est reproduit à la figure 13.

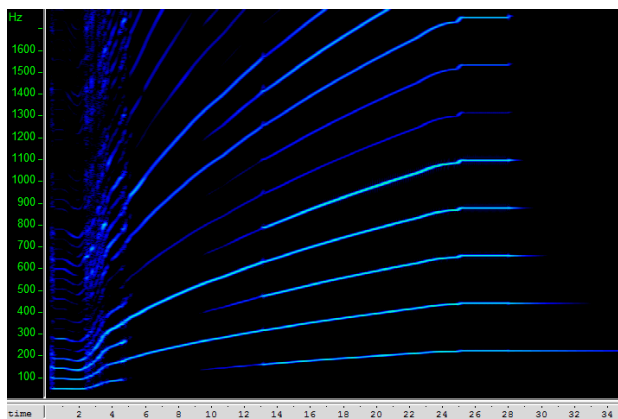


Figure 13. Spectrogramme du son calculé d'un modèle de corde élastique, frottée régulièrement, et tendue progressivement.

Nous pouvons voir que, comme on s'y attend, le fait d'imprimer une tension de plus en plus forte sur la corde implique une élévation de la note. De plus, à l'écoute, on entend le mouvement de Helmholtz démarrer à partir de la seconde 12, d'abord assez rugueux, puis de plus en plus clair. On obtient ainsi une palette de sons de corde frottée, plus ou moins rugueux selon le degré d'harmonicité des modes de la structure. Il est à remarquer que la plausibilité du son n'est pas forcément la meilleure lorsque l'on est à la valeur de tension maximale (donc lorsque la structure est la plus harmonique).

L'étude réalisée sur ces deux modèles dans le cas d'oscillations auto-entretenues a révélé une variété importante de régimes d'oscillations dont les caractéristiques peuvent être mises à profit dans un contexte musical. Bien sûr, surtout lorsque l'inharmonicité est importante, certains régimes instables peuvent ne pas être plaisants à l'oreille et la quasi-imprévisibilité de ceux-ci peut paraître rédhibitoire. C'est d'ailleurs pour cela que dans la quasi-totalité des instruments de musique réels à oscillations auto-entretenues, le résonateur a des modes de vibration harmoniques, pour des raisons de facilité de jeu et de

stabilité du timbre. Néanmoins, dans un contexte de synthèse numérique en différé, si l'on perd l'expressivité et l'intention de l'instrumentiste, on a en revanche la précision de la machine qui permet d'exploiter, à des échelles plus petites, des modèles qui peuvent paraître instables sur une échelle plus grande de paramètres.

Enfin, il est à remarquer que les modèles présentés ici correspondent à une version très épurée d'un instrument de musique et peuvent par conséquent paraître « arides ». Il est possible, toujours en s'inspirant des instruments réels, de rajouter des éléments jouant sur les qualités musicales des sons obtenus, par exemple une structure jouant le même rôle que la caisse de résonance d'un violon. Le spectrogramme présenté à la figure 14 est celui d'un son produit par une des structures présentées dans cet article, qui passe donc d'une distribution modale inharmonique à harmonique au cours de la simulation et qui en outre est couplée avec un modèle de plaque résonnante (tel que celui de la figure 7).

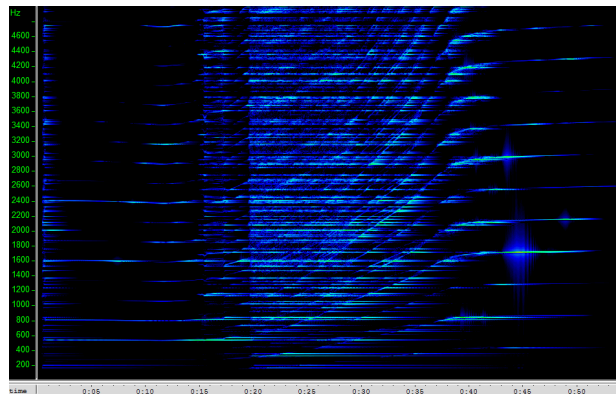


Figure 14. Spectrogramme du son calculé d'un modèle de structure tendue/élastique frottée, couplée à une plaque résonnante.

Dans cet exemple, l'évolution de l'harmonicité de la structure implique des changements de régimes auto-oscillants, comme ceux que l'on a vus plus haut, ce qui amène une certaine dynamique au son. La plaque résonnante, quant à elle, a un rôle d'« homogénéisation » du timbre. On peut remarquer sur le spectrogramme l'évolution des modes de la structure (lignes obliques) ainsi que ceux de la plaque résonnante (lignes horizontales). L'évolution des modes de la structure révèle ainsi les caractéristiques modales de la plaque résonnante, ce qui est à l'origine de la stabilité du timbre du son produit. Il est à noter enfin que l'effet produit à l'écoute de cette séquence sonore n'est pas sans rappeler le célèbre son paradoxal synthétisé par Jean-Claude Risset, qui semble monter sans cesse dans les aigus et rester pourtant toujours dans le même registre, voire baisser de registre [15]. Nous avons en effet ici un cas analogue puisque l'on a une structure produisant une dynamique spectrale ascendante, révélant les propriétés modales stable d'une autre structure ; l'enveloppe spectrale du son reste donc toujours la même.

5. CONCLUSION

Cette étude a permis de produire des modèles physiques de structures vibrantes ayant de fortes analogies avec des structures réelles harmoniques et inharmoniques. Des techniques de modélisation permettant de passer continûment d'une structure à l'autre ont été développées, qui simulent, en outre, des processus bien définis, tels que des déformations ou des tensions appliquées à une structure. Des familles de structures plus ou moins harmoniques ont ainsi été obtenues dont le comportement en régime auto-oscillant va dépendre fortement de leurs caractéristiques modales et des paramètres d'excitation. Les premiers résultats ont montré une richesse des comportements qui peuvent être mis à profit dans un contexte musical.

Enfin, il est à noter que les sons auto-entretenus obtenus dans cette étude manquent pour l'instant d'expressivité puisque nous nous sommes concentrés uniquement sur les modes de la structure et leur influence sur les sons obtenus lorsqu'on la frotte à vitesse constante. Il reste encore à développer des structures vibrant à basses fréquences dont certaines caractéristiques pourraient être analogues à celles du geste d'un instrumentiste tel qu'un violoniste ou un clarinettiste. Quelques-unes de telles structures ont déjà été développées (cf. par exemple [13]) mais une recherche plus approfondie doit être menée afin de détecter quelles caractéristiques du mouvement peuvent être intéressantes dans un contexte musical et comment les retrouver avec un modèle CORDIS-ANIMA.

6. REFERENCES

- [1] Cadoz, C., Luciani, A. et Florens, J. L. "CORDIS-ANIMA: A Modeling and Simulation System for Sound and Image Synthesis – the General Formalism", *Computer Music Journal*, vol. 17, no. 4, pp. 19-29, 1993.
- [2] Castagné, N. et Cadoz, C. "GENESIS: A Friendly Musician-Oriented Environment for Mass-Interaction Physical Modeling", *Proceedings of the International Computer Music Conference*, San Francisco, International Computer Music Association, 2002.
- [3] Chaigne, A. et Kergomard, J. *Acoustique des instruments de musique*. Belin, Paris, 2008.
- [4] Djoharian, P. "Shape and material design in physical modeling sound synthesis", *Proceedings of the International Computer Music Conference*, Berlin, International Computer Music Association, 2000.
- [5] Essl G. et Cook P. "Measurement and efficient simulations of bowed bars" *Journal of the Acoustical Society of America*, vol.108, pp. 379–388, 2000.
- [6] Fletcher, N.H. et Rossing, T.D. *The Physics of Musical Instruments*, 2nd Edition, Springer, New York, 2005.
- [7] Gladwell, G. M. L. *Inverse Problems in Vibration*, 2nd Edition, Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [8] Guckenheimer, J. et Holmes, P. *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*. Applied Mathematical Sciences Vol. 42, Springer-Verlag, New York, 1983.
- [9] Inacio, O., Henrique, L. and Antunes, J. "Simulation of the oscillation regimes of bowed bars: a non-linear modal approach", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 8, pp. 77-95, 2003.
- [10] Kontogeorgakopoulos, A. *Théorie et pratique de la transformation du son musical à l'aide des modèles physiques : Une approche instrumentale des effets audionumériques fondée sur le système CORDIS-ANIMA*, Thèse de doctorat, Laboratoire ICA, INPG, 2008.
- [11] Lazarus, *Die Behandlung der Selbsterregten Kippschwingungen der Gestrichenen Saite mit Hilfe der Endlichen Laplace Transformation*, Thèse de doctorat, Technische Universität Berlin, 1972.
- [12] McIntyre, M. E., Schumacher, R. T., Woodhouse, J. "On the oscillation of musical instruments", *J. Acoust. Soc. Am.* vol. 74, pp. 1325-1345, 1983.
- [13] Poyer, F. and Cadoz C. "Production of immersive musical architectures by physical modeling of self-sustained oscillating structures", *Proc. of the International Comp. Music Conference*, Copenhagen, International Computer Music Association, 2007.
- [14] Risset, J.-C. "Modèles physiques et perception – Modèles physiques et composition", *Modèles physiques, Création musicale et Ordinateur*, Vol. III. p. 709-720. Editions de la Maison des Sciences de l'Homme, 1994.
- [15] Risset, J.-C. "Son musical et perception auditive", *Les instruments de l'orchestre*, pp. 149-165, Belin, 1995.
- [16] Tache, O. *Conception d'un instrumentarium pour la création musicale à l'aide des modèles physiques CORDIS-ANIMA*, Thèse de doctorat, Laboratoire ICA, INPG, 2008.
- [17] Villeneuve, J. *Problème inverse, résolution et intégration au sein de GENESIS*, Rapport de stage de recherche de M1 Physique UJF, ACROE-ICA, 2008.